

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»
Факультет математики и технологий программирования

Вопросы к экзамену по дисциплине
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Специальность 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)
направление специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика
(научно-педагогическая деятельность)

Методы решения нелинейных уравнений и их систем

1. Постановка задачи, основные определения, общие замечания.
2. Задачи, приводящие к трансцендентным уравнениям.
3. Локализация корней нелинейного уравнения. Поиск всех корней алгебраического уравнения.
4. Метод уточнения корня нелинейного уравнения – метод бисекции.
5. Метод Ньютона для нелинейного уравнения. Достоинства и недостатки метода Ньютона.
6. Упрощенный метод Ньютона.
7. Метод уточнения корня нелинейного уравнения – метод хорд.
8. Метод уточнения корня нелинейного уравнения – комбинированный метод.
9. Методы уточнения корня нелинейного уравнения – метод простой итерации.
10. Достаточное условие сходимости метода простой итерации.
11. Приведение к виду, удобному для применения метода.
12. Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений.
13. Геометрическая интерпретация рассмотренных методов.
14. Решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи.
15. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.
16. Общие замечания о сходимости процесса Ньютона.
17. Модифицированный метод Ньютона.
18. Метод итераций для систем нелинейных уравнений.
19. Условия сходимости метода итераций (первое и второе достаточные условия сходимости процесса итерации).
20. Способы подготовки системы алгебраических уравнений к методу итераций. Примеры.

Интерполирование и приближение функций

21. Постановка задачи интерполирования.
22. Основные понятия теории интерполирования.
23. Построение интерполирующей функции.
24. Примеры интерполяционных функций.
25. Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции.

26. Узлы интерполяции.
27. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
28. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
29. Погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
30. Интерполяционная схема Эйткена.
31. Понятие о неравномерной сетке.
32. Разделенные разности и их свойства.
33. Первый интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки.
34. Второй интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки.
35. Остаточные члены формул Ньютона для неравномерной сетки.
36. Понятие о равномерной сетке.
37. Конечные разности и их свойства.
38. Первая интерполяционная формула Ньютона для равномерной сетки.
39. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равномерной сетки.
40. Остаточные члены интерполяционных формул Ньютона для равномерной сетки.
41. Интерполяционные формулы, использующие центральные разности.
42. Интерполяционные формулы Гаусса.
43. Интерполяционная формула Стирлинга.
44. Интерполяционная формула Бесселя и Эверетта.
45. Остаточные члены интерполяционных формул с центральными разностями.
46. Общая задача интерполирования алгебраическими многочленами.
47. Интерполяционный многочлен Эрмита.
48. Остаточный член интерполяционной формулы Эрмита.
49. Интерполирование функций многих независимых переменных.
50. Трудности задачи интерполирования функций многих переменных.
51. Обобщение интерполяционных формул Ньютона на случай функции многих переменных.
52. Постановка задачи обратного интерполирования.
53. Формулы для равномерной сетки.
54. Формулы для неравномерной сетки.
55. Обратное интерполирование в случае кратных узлов.
56. Понятие о численном дифференцировании.
57. Формулы численного дифференцирования для неравноотстоящих узлов.
58. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов.
59. Погрешность формул численного дифференцирования.
60. Сплайн-интерполирование. Постановка задачи.
61. Интерполяционный линейный, параболический, кубический сплайны.
62. Интерполяционный кубический сплайн.
63. Построение кубического сплайна.
64. Определение коэффициентов сплайна.
65. Типы граничных условий. Примеры.
66. Погрешность приближения сплайнами.

67. Постановка задачи о равномерном приближении, основные понятия, определения и теоремы.

68. Понятие о наилучшем равномерном приближении непрерывных функций обобщенными многочленами.

69. Алгебраические многочлены наилучшего равномерного приближения.

70. Тригонометрические многочлены наилучшего приближения.

71. Приближенное построение алгебраических многочленов наилучшего приближения.

72. Постановка задачи о среднеквадратичном приближении, основные понятия, определения и теоремы.

73. Приближения в гильбертовом пространстве.

74. Среднеквадратичные приближения функций алгебраическими многочленами.

75. Среднеквадратичные приближения функций тригонометрическими многочленами.

76. Приближение функций, заданных таблицей, по методу наименьших квадратов.

77. Приближения по методу наименьших квадратов алгебраическими многочленами.

Приближенное вычисление интегралов

78. О форме, придаваемой интегралу при вычислениях.

79. Квадратурная сумма и связанные с ней задачи.

80. Общая квадратурная формула.

81. Теорема о точности квадратурной формулы.

82. Интерполяционные квадратурные формулы.

83. Квадратурные правила для равноотстоящих узлов – квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

84. Простейшие квадратурные формулы – формула прямоугольников.

85. Простейшие квадратурные формулы – формула трапеций.

86. Простейшие квадратурные формулы – формула Симпсона.

87. Погрешность формул численного интегрирования.

87. Геометрическая интерпретация простейших квадратурных формул.

88. Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.

89. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Постановка задачи.

90. Теоремы существования и единственности, о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ.

91. Частные случаи квадратурных формул НАСТ.

92. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами.

93. Квадратурная формула Гаусса.

94. Коэффициенты формул Гаусса.

95. Остаточный член формулы Гаусса.

96. Формулы численного интегрирования Чебышева. Постановка задачи.

97. Алгоритм построения формул Чебышева. Абсциссы формул Чебышева.
Пример.
98. Остаточный член формул Чебышева.
99. Метод уточнения результатов численного интегрирования – метод Рунга.
100. Метод уточнения результатов численного интегрирования – правило Рунга.
101. Метод уточнения результатов численного интегрирования – формула Эйлера.
102. Метод уточнения результатов численного интегрирования – метод Ромберга.
103. Вычисление несобственных интегралов. Постановка задачи.
104. Методы выделения особенностей.
105. Мультипликативный способ.
106. Аддитивный способ.
107. Функции с несколькими особенностями.
108. Приближенное вычисление кратных интегралов. Понятие о кубатурных формулах.
109. Метод повторного применения квадратурных формул.
110. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом.
111. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке.
112. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке.
113. Кубатурная формула Симпсона.
114. Вероятностный метод вычисления определенных интегралов – метод Монте-Карло.
115. Графическая реализация метода Монте-Карло вычисления однократного интеграла.
116. Повышение точности метода Монте-Карло.
117. Погрешность метода Монте-Карло.
118. Теорема о сходимости интерполяционного многочлена. Замечания о применимости теоремы.
119. Сходимость интерполяционных квадратур.

Численное решение интегральных уравнений

120. Основные виды линейных интегральных уравнений. Постановка задачи, основные понятия и определения.
121. Интегральные уравнения Фредгольма.
122. Интегральные уравнения Вольтерра.
123. Теорема Фредгольма.
124. Метод квадратур решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода.
125. Сходимость метода квадратур для интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

126. Практический алгоритм численной реализации метода квадратур для интегральных уравнений Фредгольма второго рода.
127. Метод последовательных приближений.
128. Метод вырожденных ядер.
129. Приемы построения вырожденных ядер.
130. Метод коллокации.
131. Метод наименьших квадратов.
132. Метод простой итерации.
133. Метод моментов.
134. Метод квадратур решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода.
135. Сходимость метода квадратур для интегральных уравнений Вольтерра второго рода.
136. Построение приближенного решения в виде непрерывной функции.
137. Способы построения квадратурных формул для решения уравнений Вольтерра второго рода.
138. Практический алгоритм построения приближенного решения с заданной точностью.

Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем

139. Общие замечания численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.
140. Постановка задачи. О методах решения дифференциальных уравнений.
141. Одношаговые методы решения задачи Коши.
142. Оценка скорости сходимости.
143. Метод Эйлера для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.
144. Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов.
145. Метод Рунге-Кутта 2-го порядка аппроксимации.
146. Метод Рунге-Кутта 4-го порядка аппроксимации.
147. Выбор шага расчета. Организация вычислений с автоматическим выбором шага.
148. Метод Рунге-Кутта для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.
149. Многошаговый метод решения задачи Коши – метод Адамса.
150. Алгоритм применения метода Адамса. Выбор шага расчета. Вывод формул для работы на ЭВМ.
151. Достоинства и недостатки многошаговых методов.
152. Метод Адамса для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.

Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

153. Общие понятия в теории конечно-разностных методов. Постановка задачи.

154. Основные определения и примеры краевых задач.
155. Понятие о линейной краевой задаче.
156. Двухточечная краевая задача.
157. Обзор методов приближенного решения краевых задач.
158. Метод конечных разностей (МКР) – сведение краевой задачи к системе конечно-разностных уравнений.
159. Понятие об аппроксимации на границах на двухточечном шаблоне.
160. Понятие об аппроксимации на границах на трехточечном шаблоне.
161. Метод прогонки прямой и обратный ход.
162. Повышение точности. МКР (метод сеток) для нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка.

Приближенные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных

163. Понятие о дифференциальных уравнениях эллиптического типа.
Постановка задачи, основные определения.
164. Идея метода сеток.
165. Аппроксимация дифференциальных уравнений разностными.
166. Аппроксимация граничных условий.
167. Разрешимость разностных уравнений и способы их решений.
168. Оценка погрешности и сходимость метода сеток.
169. Метод прогонки при решении уравнения Пуассона.
170. Понятие о дифференциальных уравнениях гиперболического типа.
Постановка задачи, основные определения.
171. Метод сеток для решения задачи Коши.
172. Оценка погрешности и сходимость метода сеток для неоднородного волнового уравнения.
173. Метод сеток решения смешанной задачи.
174. Понятие о дифференциальных уравнениях параболического типа.
Постановка задачи, основные определения.
175. Метод сеток для решения задачи Коши.
176. Метод сеток для решения смешанной задачи.
177. Понятие устойчивости разностных схем.
178. Метод прогонки при решении уравнения теплопроводности.
179. Разностная аппроксимация дифференциального уравнения и граничных условий.
180. Понятие корректности и устойчивости разностной схемы.
181. Связь сходимости с корректностью разностной схемы.

Преподаватель

Е. М. Березовская

Заведующий кафедрой

Д. С. Кузьменков